

広島市立大学大学院 情報科学研究科

模擬問題 A

数学

(2科目 : 90分)

科	目
第1問・第2問	線形代数学
第3問・第4問	解析学

注意事項

本問題は、平成30年度に実施される広島市立大学大学院情報科学研究科博士前期課程一般入試のために作成した模擬問題です。筆記試験を学習する際の参考資料として使用して下さい。

第1問【線形代数学】(1 / 1)

以下の問いに答えよ。

【問1】 次の線形写像 $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ について、以下の問いに答えよ。

$$f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2x - y + 3z \\ x + 2y - z \end{pmatrix}$$

- (1) f の核 $\text{Ker } f = \{\mathbf{a} \in \mathbf{R}^3 \mid f(\mathbf{a}) = \mathbf{o}\}$ の基底と次元を求めよ。なお、 \mathbf{o} は零ベクトルを表す。
- (2) f による \mathbf{R}^3 の像 $\text{Im } f = \{f(\mathbf{a}) \mid \mathbf{a} \in \mathbf{R}^3\}$ は \mathbf{R}^2 の部分空間になることを示せ。

【問2】 対角化可能な n 次正方行列 A について、以下の問いに答えよ。

- (1) n 次正則行列 P を用いて $B = P^{-1}AP$ と書けるときの、 A と B の固有値は一致することを示せ。
- (2) A の固有値を $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ とするとき、 $|A| = \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n$ となることを示せ。なお、 $|A|$ は A の行列式を表す。
- (3) A は 0 を固有値に持たず、かつ $A^2 = A$ ならば、 $A = E$ となることを示せ。なお、 E は n 次単位行列を表す。

第2問【線形代数学】(1 / 1)

次の実対称行列 A について、以下の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

【問1】 A の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ。

【問2】 TAT が対角行列となるような直交行列 T を求め、 A を対角化せよ。

第3問【解析学】(1 / 1)

関数 $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ について以下の問いに答えよ。

【問1】 $f^{(n)}(x)$ を求めよ。 $n = 0, 1, 2, \dots$ とする。

【問2】 $f^{(n)}(0)$ を求めよ。 $n = 0, 1, 2, \dots$ とする。

【問3】 $f(x)$ はマクローリン級数展開可能であることがわかっている。 $f(x)$ のマクローリン級数展開を求めよ。

第4問【解析学】（1 / 1）

次の問いに答えよ。

【問1】 微分方程式 $\frac{dy}{dx} - 2y = 0$ を解け。

【問2】 上記の微分方程式の解で、 $(x, y) = (0, 3)$ を満たすものを求めよ。

【問3】 微分方程式 $\frac{dy}{dx} - 2y = 2x$ を解け。